

X Powiatowa Olimpiada Matematyczno-Fizyczna

Etap Finałowy

Poziom ponadgimnazjalny: klasa II

Czas trwania: 90 minut

Data: 11.02.2014r.

Zadanie 1. (4 pkt)

Basen ma głębokość 3m. Jak głęboki wydaje się basen osobie stojącej nad brzegiem basenu i patrzącej pionowo w dół. Współczynnik załamania światła dla wody $n=4/3$.

Zadanie 2. (11 pkt)

Aktor o masie $m=80\text{kg}$ stoi na środku sceny obrotowej o promieniu $r=2,5\text{m}$. scena porusza się ze stałą prędkością kątową $\omega_0=0,25\text{rad/s}$. Moment bezwładności sceny z aktorem pośrodku wynosi $I_0 = 1500 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. Potraktuj aktora jako punkt materialny.

- Oblicz, o ile zmieni się prędkość kątowa sceny, jeśli aktor przejdzie z jej środka na brzeg.
- Oblicz, ile razy w ciągu minuty obróci się scena z aktorem stojącym na brzegu oraz o ile wydłuży się okres obrotu sceny.
- Oblicz opóźnienie kątowe oraz czas, po którym zatrzyma się scena, jeśli w chwili, gdy aktor znajdzie się na jej brzegu, zostanie do sceny przyłożona siła o momencie równym $M = 25 \text{ N}\cdot\text{m}$.

Zadanie 3. (4 pkt)

Rozłóż na czynniki wielomian:

$$w(x) = x^4 - 6x^2 + 25$$

Zadanie 4. (5 pkt)

Dla jakich wartości parametru a równanie:

$$(2a - 1)x^2 + ax + 2a - 3 = 0$$

ma nie więcej niż jeden pierwiastek ?

Zadanie 5. (6 pkt)

Dwa boki równoległoboku zawierają się w prostych o równaniach: $x - y + 1 = 0$ i $3x + 2y - 12 = 0$. Punkt $P(6, 4)$ jest punktem przecięcia się przekątnych równoległoboku. Napisz równania prostych zawierających pozostałe boki równoległoboku. Wyznacz współrzędne wierzchołków równoległoboku oraz oblicz jego pole.