

I POWIATOWA OLIMPIADA MATEMATYCZNA

Zadania - etap finałowy - czas 180 minut (18.03.2005 r.)

KLASY PIERWSZE:

Zad.1

Wykazać, że $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{97 \cdot 99} + \frac{1}{99 \cdot 101} = \frac{50}{101}$.

Zad.2

Rozwiąż układ równań algebraicznie i graficznie $\begin{cases} 3|x| + 2y = 1 \\ 2x - |y| = 4 \end{cases}$.

Zad.3

W trójkącie prostokątnym przyprostokątne mają długości: 12 cm i 16 cm. Oblicz średnicę okręgu przechodzącego przez środek krótszej przyprostokątnej i stycznego do przeciwprostokątnej w jej środku.

Zad.4

Po okręgu o długości 80 cm poruszają się punkty A i B. Jeżeli kierunki ruchu punktów są zgodne, to A wyprzedza B o 5 sekund; jeżeli natomiast są przeciwne, to punkty te mijają się co 2 sekundy. Oblicz prędkości tych punktów.

KLASY DRUGIE:

Zad.1

Wyrazy ciągu (a_n) spełniają warunki: $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 3a_n + 1$. Oblicz sumę $a_1 + a_2 + \dots + a_n$.

Zad.2

Oblicz bez użycia tablic matematycznych $\operatorname{tg}^2 15^\circ + \operatorname{tg}^2 45^\circ + \operatorname{tg}^2 75^\circ$.

Zad.3

W trapezie dane są kąty przy podstawie: $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 45^\circ$ oraz różnica kwadratów podstaw $d=100$. Oblicz pole trapezu.